Journal of Interdisciplinary Methodologies and Issues in Science

Sur la chronologie des éponymes rhodiens

Alain GUÉNOCHE

Institut de Mathématiques de Marseille (AMU - CNRS)

Correspondance : guenoche.alain@free.fr

DOI : 10.18713/JIMIS-160319-5-1
Soumis le 15 janvier 2019 - Publié le 16 mars 2019
Volume : **5** - Année : **2019**
Titre du numéro : **Analyse de graphes et réseaux**
Éditeur : *Vincent Labatut*

Résumé

Par une méthode de sériation appliquée à une matrice binaire, on essaye de retrouver l'ordre chronologique des Prêtres d'Hélios de l'île de Rhodes à la période hellénistique. La table binaire est celle de la correspondance entre ces magistrats changés chaque année et des fabricants de vin qui exportaient leur production dans des amphores marquées de leurs deux sceaux. L'optimisation d'un critère sur l'ensemble des ordres de 205 prêtres permet d'établir une chronologie compatible avec les données archéologiques connues.

Mots-Clés

Archéologie ; Sériation chronologique ; Optimisation combinatoire ; Éponymes ; Rhodes

I INTRODUCTION

Le but de cette étude est d'établir la chronologie des Prêtres d'Hélios de l'île de Rhodes à la période hellénistique, entre -323 et -40. Ces magistrats étaient changés tous les ans, c'est pourquoi ils sont dits *éponymes* car ils ont donné leur nom à l'année de leur exercice (Grace, 1953; Finkielsztejn, 2001). Leur chronologie précise s'est perdue mais l'on dispose d'informations sur leur période d'activité, grâce à la morphologie des amphores, à la paléographie et aux données stratigraphiques ou épigraphiques. Six à sept périodes ont été définies par les archéologues elles mêmes découpées en sous-périodes. Pour rétablir une chronologie fine, qui permettrait de dater à l'année certaines couches stratigraphiques (Grace, 1985), nous voulons utiliser de nouvelles données. Ce sont les correspondances entre éponymes et fabricants (de vin) qui proviennent des timbres imprimés sur les anses des amphores avant cuisson. Chaque col d'amphore retrouvé avec ses deux anses porte les noms du fabricant qui a produit ce vin et du magistrat en poste cette année là.

Ces paires de timbres définissent une *correspondance* entre ces deux ensembles, que l'on peut coder dans une table binaire : les lignes correspondent aux magistrats et les colonnes aux fabricants. Cette table est initialisée à 0 et chaque fois que l'on découvre un col d'amphore portant leurs deux noms la case correspondante prend la valeur 1, quel que soit le nombre d'amphores trouvées qui attestent de la même correspondance.

L'hypothèse fondamentale est de supposer qu'un fabricant a produit du vin pendant un certain nombre d'années et qu'il a donc travaillé sous la gouvernance de magistrats *consécutifs* qui se succèdent durant ces années là. Les éponymes avec qui il a co-signé des amphores constituent donc un intervalle de temps. Ce modèle parfait suppose que, si les lignes de la table sont ordonnées suivant l'ordre chronologique des magistrats, chaque colonne a tous ses 1 consécutifs, qui correspondent à la période de production de ce fabricant. Le modèle est en défaut dès qu'il y a un 0 dans cet intervalle, soit que l'on n'ait pas retrouvé d'amphore marquant leur correspondance, soit que ce fabricant ait perdu sa récolte cette année là, événement que l'on peut supposer rare.

C'est ce qu'on appelle un problème de *sériation*, terme qui vient de l'Archéologie, où l'on cherche à ranger des items dans l'ordre chronologique. Il est raisonnable de chercher l'ordre des éponymes en optimisant le nombre de 0 entre le premier et le dernier 1 de chaque colonne. On peut donc considérer l'ordre qui minimise ce critère comme une bonne hypothèse de chronologie. Il est clair que l'ordre calculé et l'ordre opposé ont la même valeur, mais les périodes connues serviront à trancher. Ce critère est identique à celui de J. E. Doran (1971) qui, pour ordonner des tombes (lignes) d'après leur contenu (colonnes) en type d'objets aux styles évolutifs, cherchait à minimiser la somme des différences entre les rangs des premiers et derniers 1, puisque le nombre de 1 de chaque colonne est fixé par les données.

Cet objectif s'applique à d'autres problèmes plus classiques en Recherche Opérationnelle, en particulier celui des emplois du temps où l'on cherche à minimiser, pour des employés, la durée de présence sans activité au sein d'une entreprise (lycée, hôpital, etc.) (Laporte, 1987). De même, minimiser la "largeur de bande" d'une matrice, correspondant aux positions extrêmes des valeurs non nulles, permet d'accélérer les calculs en analyse numérique (Lascaux et Théodor, 1993). C'est pourquoi des solutions classiques existent. Le problème a été prouvé NP-difficile par réduction au problème du Voyageur de Commerce (TSP) (Lin, 1965). Rien ne prouve que la valeur optimale trouvée corresponde à un ordre unique, ni même que des valeurs proches de l'optimum ne correspondent pas au véritable ordre des successions. On veut seulement que l'ordre calculé soit suffisamment proche de l'ordre chronologique pour affiner la datation des couches dans les fouilles archéologiques. Nous avons donc testé des méthodes approchées (Goldmann (1973); Him et van Groenewould (1984), Gelfand (1971), Lin (1965)). C'est une heuristique toute différente que nous développons en Section IV.

II DES DONNÉES SUFFISANTES ?

La correspondance, a été établie principalement par Jean-Yves Empereur, fondateur du Centre d'Études Alexandrines, (CEAlex, USR 3134, CNRS) et Gonca Cankardeş-Şenol (2017) (Université d'Izmir) après examen des amphores dans différents dépôts; ils y travaillent toujours et le corpus est accessible sur le site du CEAlex [1] où l'on peut voir de nombreux timbres et cols d'amphores. Nous avons, fin 2017 après les dernières communications privées, 219 éponymes et 463 fabricants mais tous ne sont pas reliés dans cette correspondance. Beaucoup de fabricants n'apparaissent qu'avec un seul prêtre et ils n'apportent aucune information chronologique. De plus, le critère envisagé impose que tout fabricant soit en relation avec au moins deux éponymes

1. http://www.amphoralex.org/

pour compter les 0 intercalés entre le premier et le dernier 1. Donc les fabricants présents une seule fois sont éliminés. De même, si un magistrat n'est cité qu'avec un fabricant éliminé, il n'a plus de correspondance et il doit aussi être écarté. Nous avons retenu dans la table les fabricants qui ont au moins deux correspondances et les éponymes qui en ont au moins une.

Ainsi, les magistrats BAKCHIOS, THEULYTOS, TIMOKRATES, LYKON et TIMAGORAS2 sont éliminés. De même, un groupe de 9 éponymes de la période la plus ancienne qui possèdent des fabricants sans aucune correspondance avec les autres. C'est un groupe à part, qu'il faut aussi éliminer parce qu'il est incomparable aux autres. Il s'agit de AGELOCHOS, ALEX(, ARIS(, ARISTOKRATES1, DAMO(, KLEAGORAS/KLEIAGORAS, KLEU(, LYSIMACHOS et TIMO(.

Les archéologues s'entendent pour un découpage du temps en sept périodes, mais ne sont pas tout à fait d'accord sur les limites. Nous nous sommes tenus aux dates dites “basses”. Par rapport aux périodes “hautes”, les périodes IV, V, VI et VII sont les mêmes.

1. Ia [304-280], Ib [279-270], Ic [269-240]
2. IIa [239-225], IIb [224-206],
3. IIIa [205-202], IIIb [201-194], IIIc [193-188], IIId [187-182], IIIe [181-175],
4. IVa [174-156], IVb [155-146],
5. Va [145-133], Vb [132-121], Vc [120-108],
6. VI [107-86], et
7. VII [85-40]

Pour aider à la lecture, les périodes figurent à coté du nom et, désormais, l'identifiant d'un éponyme est de type PHILOKRATES IIa ou encore SOSIDAMOS Ia/b et ZENODOTOS VI/VII quand il y a incertitude.

Les correspondances de certains fabricants, avec des éponymes de périodes trop éloignées pour qu'il s'agisse d'un même personnage, nous ont amené à éliminer les fabricants F122 (présent en Vb et IIa), F304 (qui saute de Vc à IIb/IIIa), F333 (Vb et Ia/b), F339 (Va, IIIb) et F437 (IIIb et IVb) qui n'avaient que deux correspondances très séparées dans le temps. De plus, lorsqu'un fabricant présente plusieurs correspondances avec des éponymes d'une époque et une seule avec un magistrat de période éloignée, nous avons supprimé cette dernière correspondance (mais laissé les autres). Il n'y en a que 5 : HARMOSILAS IIb/IIIa x F167, AGESTRATOS2 IVa x F96, EUDAMOS IVb x F318, SOKRATES VI x F245 et NIKASAGORAS IIa x F207. Ce dernier n'étant en correspondance qu'avec ce fabricant, il est retiré. Bien des doutes demeurent, comme pour F115 (Va, IIId), F212 (de IVa à IIb) ou F250 (de Vb à IIId).

Finalement, il reste 205 éponymes et 149 fabricants qui attestent de 991 correspondances. Ce qui fait en moyenne 4,8 fabricants par éponyme et/ou 6,6 éponymes par fabricant. Mais les valeurs sont très variables, puisqu'un des fabricants a exercé sous 43 magistrats, un autre sous 41, ce qui leur fait une longévité professionnelle remarquable. Par ailleurs, 36 fabricants ont un minimum de 2 correspondances ! De plus ces 2 correspondances peuvent porter sur des magistrats de périodes assez éloignées qui font douter d'une seule personne. Il y a certainement, chez les fabricants principalement, des homonymes ou des filiations qui font que la table des correspondances n'est pas parfaitement fiable.

III MÉTHODES POUR LA SÉRIATION

Étant donnée une table binaire T (à valeurs 0 ou 1) à N lignes et M colonnes, le critère à optimiser, noté NbZ, est le nombre de 0 compris entre le premier et les dernier 1 de chaque colonne. Pour la colonne k, notons H_k et B_k, les rangs des lignes les plus hautes et les plus basses qui contiennent ces 1 ; ce sont les bords de l'intervalle correspondant au fabricant k. Le nombre de zéros dans cette colonne est égal à la différence des rangs, moins la somme des valeurs de la colonne, puisqu'il n'y a que des 0 ailleurs. On peut donc écrire :

$$NbZ(T) = \sum_{k=1}^{M} \sum_{i=H_k}^{B_k} (1 - T(i,k)). \tag{1}$$

On cherche à déterminer un ordre sur les lignes de la correspondance tel que la table ainsi ordonnée minimise NbZ. Il y a donc $N!/2$ possibilités, étant admis qu'un ordre et l'ordre opposé ont même valeur. L'ordre sur les colonnes n'a aucune importance, si ce n'est pour une édition plus esthétique de la table.

Plusieurs heuristiques sont utilisables pour déterminer un ordre qui conduit à une table T pour laquelle $NbZ(T)$ est minimum. Nous les avons toutes testées avant d'arrêter notre choix.

3.1 Heuristique de parcours de graphe

On peut associer à la table binaire des correspondances un graphe $G = (E, A)$, dont les sommets (E) sont les éponymes et une arête de A lie deux éponymes si et seulement si ils ont au moins un fabricant commun :

$$(e_i, e_j) \in A \text{ ssi } \exists k \text{ tel que } T(i,k) = T(j,k) = 1. \tag{2}$$

En partant d'un sommet de ce graphe, si l'on place à la suite un sommet adjacent, entre leurs fabricants communs il n'y aura pas de 0. Ce principe est utilisé pour réduire la largeur de bande des matrices creuses (systèmes linéaires dans laquelle la plupart des coefficients sont nuls). On trouvera plusieurs méthodes dans l'ouvrage de Lascaux et Théodor (1993). Nous avons adapté l'une d'entre elles.

Étant donné un ensemble d'éponymes déjà placés, un début de chronologie, appelons *front* l'ensemble des sommets non placés qui sont adjacents à un sommet placé. Chaque élément du front a un *degré*, c'est le nombre des sommets placés auxquels il est adjacent. A chaque étape, on choisi le sommet du front de degré maximum et, s'il y en a plusieurs de même degré, celui qui va accroitre au minimum le nombre de sommets du front. Cette procédure, du nom de MAF, semble due aux auteurs de l'ouvrage.

L'ordre obtenu dépend du sommet initial, et aussi du choix parmi les ex-eaquo. Dans cette méthode d'ordonnancement, plutôt que de déterminer l'extrémité d'un bon ordre de parcours du graphe, comme font les auteurs, nous testons tous les premiers sommets de départ ; on construit donc N ordres, et l'on garde celui qui minimise le critère NbZ. Finalement, nous avons constaté que les ordres obtenus sont peu efficaces pour notre critère.

3.2 Heuristique de Lin

C'est une heuristique bien connue pour le problème du voyageur de commerce (TSP). En partant d'un ordre quelconque, elle consiste à choisir un intervalle au hasard et à inverser l'ordre des sommets dans cet intervalle (Lin, 1965). Si le critère est optimisé, on repart de cet ordre, sinon on revient à l'ordre initial en inversant à nouveau les sommets de l'intervalle. Chaque essai ne demande que le calcul de la valeur du critère.

Dans notre implémentation de cette procédure, on part de l'ordre naturel, c'est à dire celui du fichier en cours, et l'on effectue jusqu'à $NbPas = N(N-1)/2$ essais consécutifs infructueux. A chaque amélioration du critère, ce compte repart à 0. On retiendra que l'efficacité de la méthode dépend grandement du nombre d'essais que l'on accepte d'effectuer sans obtenir une diminution du nombre de 0.

3.3 Heuristique de Goldmann & Kammerer

La méthode de Goldmann & Kammerer, décrite dans (Him et van Groenewould, 1984), consiste à chaque étape à travailler alternativement sur les lignes et les colonnes. On calcule pour chaque ligne (resp. colonne) le rang moyen des 1. Puis on les range suivant l'ordre croissant des valeurs. C'est donc une méthode itérative, qui converge (Goldmann, 1973; Him et van Groenewould, 1984). Elle a été utilisée plusieurs fois en Archéologie, c'est pourquoi nous l'avons testée. Sans grand succès.

3.4 Heuristique de sauts

Comme pour la méthode de Lin, on va réaliser $N(N-1)/2$ essais de déplacement dans la table T de la ligne de rang i à la position de rang k. C'est donc une translation d'un intervalle de longueur $|k-i|$ d'une position vers le haut ou vers le bas, suivant que $i < k$ ou $k < i$ qui est testée à chaque pas. En fait, connaissant la valeur de $T(i, j)$ pour la colonne j et les positions extrêmes des 1 dans cette colonne, on peut tester s'il y a un gain à réaliser ce saut sans modifier la table. Si ce gain est positif, on effectue le saut et le décompte des essais repart à 0.

IV UNE MÉTHODE DE DESCENTE PAR ÉCHANGE

La méthode que nous proposons et que nous avons testée sur des données simulées et sur les données de Rhodes est essentiellement une méthode de descente, par optimisation progressive du critère. On cherche à échanger un éponyme situé au bord de l'intervalle de chaque fabriquant avec un autre magistrat situé dans cet intervalle et qui n'est pas en correspondance avec ce fabricant. Il s'agit toujours de déterminer l'ordre des lignes de la table qui minimise NbZ.

Soit $TauZ$ le pourcentage de 0 dans la partie de la table comprise pour chaque colonne k entre H_k et B_k. Initialement, la table est rangée dans l'ordre alphabétique des noms d'éponymes, ce qui mélange grandement les périodes. Pour cet ordre $NbZ = 18037$. Comme nous le verrons, il faut partir d'un ordre qui n'est pas trop éloigné de l'ordre chronologique pour espérer y aboutir. Nous avons développé une méthode en trois étapes :

— La première étape est l'application de la méthode de Lin, qui s'est avérée la plus efficace des heuristiques décrites ci-dessus sauf pour les valeurs faibles du pourcentage de 0 intercalés $TauZ$. Dès que $TauZ \geq 0{,}3$, elle donne d'excellents résultats. Comme dans la table initiale NbZ est élevé ($TauZ = 0{,}95$), elle conduit à un premier ordonnancement qui reproduit assez clairement l'ordre des périodes ! Nous aurions pu également partir de cet ordre, mais la méthode eut été moins générale.

— La seconde étape est l'application d'une procédure dite *d'échange* qui essaye, pour chaque colonne k, de permuter une ligne, comprise entre H_k et B_k qui présente un 0, avec la ligne d'indice H_k qui contient le premier 1 ou la ligne B_k qui contient le dernier 1. Sur cette colonne, le gain est d'une unité, mais il faut compter avec les autres. Si le nombre de 0 sur toute la table résultant de cette permutation est abaissé, cet échange est conservé. Sinon on remet la ligne et les bords à leur place initiale. Chaque 0 intercalé donne donc lieu à 2 échanges.

Cette procédure est rapide, puisqu'elle ne demande que 2 calculs de la valeur du critère. Elle est appliquée suivant un ordre aléatoire des M colonnes. Si après la totalité des essais aucune amélioration n'est constatée, la procédure s'arrête. Sinon, on recommence à partir de la table modifiée en procédant suivant une autre ordre aléatoire des colonnes. A l'issue de cette procédure, pour toute colonne k, échanger les lignes d'indice H_k ou B_k avec une ligne intermédiaire qui présente un 0 en colonne k n'améliore pas le critère. En partant de l'ordre obtenu à l'issue de la première étape, on obtient $NbZ = 1647$ qui constitue un minimum dit *local*.

— C'est la troisième étape, dite de *scrambling* qui va nous permettre de sortir de ce minimum. On réalise un certain nombre de permutations aléatoires de lignes consécutives et on applique à nouveau la procédure d'échange. Ces lignes permutées sont tirées au hasard selon une probabilité qui va décroissant, de 5 à 1 $\%$. Avec cette table de moins en moins permutée, la procédure d'échange ramène à un minimum local. Si la valeur du critère est améliorée, c'est ce nouvel ordre qui devient l'ordre de référence et on reprend les essais de permutation à partir de cette nouvelle table. Au bout de 100 essais improductifs (qui n'améliorent pas le critère), on abaisse de 1$\%$ le taux de lignes permutées.

C'est ainsi que l'on établi un ordre pour lequel $NbZ = 1275$ dans lequel les périodes sont presque parfaitement conservées. Comme le nombre de correspondances est connu, et que par définition elles sont toutes entre les bornes de chaque colonne, on a :

$$TauZ = \frac{1275}{1275 + 984} = 0{,}56. \tag{3}$$

V CETTE MÉTHODE EST-ELLE EFFICACE ?

Le critère a fortement diminué, mais on peut se demander si la méthode d'optimisation est efficace et si elle tend à construire un "bon" ordre. Tout ce que nous avons pu constater, c'est qu'elle retrouve bien l'ordre des périodes historiques connues. C'est évidemment nécessaire, mais pour tester la méthode nous allons procéder à des simulations.

Il suffit de générer des tables éponymes $\times$ fabricants virtuelles c'est à dire des tables binaires, dans lesquelles on fixe l'ordre des lignes, et les colonnes ne prennent des valeurs 1 que dans des intervalles décalés suivant cet ordre, comme dans notre modèle. Pour coller au mieux à nos données, les longueurs de ces intervalles sont variables et bornées à 20, ce qui correspond aux durées moyennes de production d'un fabricant. A l'intérieur de ces intervalles, les 0 et les 1 sont tirés au hasard suivant une probabilité fixée. C'est le premier paramètre du programme de simulation qui correspond à notre $TauZ$. Pour cette table, on mesure la valeur initiale de NbZ notée V_{ini}. Comme les 0 sont tirés au hasard, cette valeur est peut être améliorable. Nous testons aussi la valeur $TauZ = 0$ qui correspond à une table pour laquelle $V_{ini} = 0$.

Pour tester la méthode, nous générons 100 tables portant sur 100 éponymes et 75 fabricants, la moitié de nos effectifs pour accélérer les calculs. On part non pas de ce fichier – ce serait trop simple – mais de ce fichier désordonné en permutant les lignes de façon aléatoire. Un façon de faire est de prendre deux lignes au hasard et de les échanger (Nijenhuis et Wilf, 1975) ; mais combien de paires faut-il tirer ? Si on échange chaque ligne avec une autre, on crée un très grand désordre. On échange les lignes suivant un second paramètre noté $TauL$. Si $TauL = 0{,}5$ une ligne sur deux est permutée avec une ligne d'indice supérieur. Pour cet ordre quasi aléatoire des lignes, NbZ prend une valeur très éloignée de l'optimum. Nous testons dans quelle mesure la méthode décrite en Section IV permet de revenir à la valeur (et l'ordre) initial(e), avant permutation.

En faisant varier les deux paramètres $TauZ$ et $TauL$, on mesure le taux de réussite de la méthode d'optimisation, c'est à dire le pourcentage de problèmes (tables aléatoires) pour lesquels, on est revenu à une valeur inférieure ou égale à celle de l'ordre initial ; dans ce cas, la méthode a bien fonctionné. Si ce pourcentage est fort ($\geq$90%), on peut dire que les taux de zéros dans les colonnes et le taux de désordre dans le fichier de départ sont admissibles et la chronologie construite est crédible. Les taux moyens de réussite pour 100 tables aléatoires tirées avec les mêmes valeurs des paramètres sont donnés dans la Table 1.

$TauZ$ / $TauL$	0,1	0,3	0,5	0,7
0,0	0,89	0,89	0,81	0,80
0,1	0,93	0,87	0,84	0,85
0,3	0,93	0,93	0,84	0,88
0,5	0,96	0,93	0,84	0,82
0,7	0,98	0,91	0,91	0,88

TABLE 1 – Taux moyens de réussite pour 100 tables aléatoires.

Quelles conclusions en tirer ?

— D'abord que la méthode est efficace, si on ne part pas d'un ordre trop éloigné de l'ordre optimal. En effet si $TauL > 0{,}3$, elle échoue souvent à converger vers l'ordre initial. Donc il faut partir d'un ordre proche de l'ordre chronologique, éventuellement guidé par les périodes connues.

— Ensuite, son taux de réussite ne varie guère, quel que soit le pourcentage de 0 dans l'intervalle entre le premier et le dernier 1. C'est plutôt bon signe, car il varie grandement dans nos données.

— Pour finir, nous avons repris les mêmes simulations en ne permutant que des lignes proches (avec un écart d'au plus 10 rangs). Ces désordres locaux font comme si on partait d'un ordre qui respecte les périodes, mais qui soit brouillé à l'intérieur. Et dans ce cas, la méthode retrouve toujours l'ordre initial ou un ordre meilleur, donc avec une réussite de 100 %, même dans le cas où $TauL = 0.7$!

VI LE MEILLEUR CLASSEMENT

La méthode décrite au paragraphe 4, en particulier la troisième étape, peut s'appliquer à toute table binaire déjà bien ordonnée. Et donc aux tables correspondant aux différentes périodes. Il suffit de reprendre tous les éponymes a priori rattachés aux périodes I, II, III, IV, V et VI/VII, rangés dans le meilleur ordre obtenu précédemment ($NbZ = 1275$) et de traiter ces tables. Comme elles sont plus petites, le minimum cherché devrait être plus proche de l'optimal. Elles ne tiennent pas compte des correspondances entre leurs fabricants et les éponymes de périodes différentes. Elles se ré-ordonnent donc de façon différente de celle de la table globale.

Il suffit de repartir de ces tables mises bout à bout pour chercher un ordre meilleur qui abaisse encore notre critère. Après juxtaposition des sous-tables réordonnées, on obtient $NbZ = 1270$, soit un très léger mieux. Mais la procédure de scrambling améliore grandement ce critère, puisque nous avons obtenu, après plusieurs essais, un ordre tel que $NbZ = 1169$.

Deux procédures d'optimisation fine permettent encore d'abaisser le critère :

— La première teste tout paquet de 5 lignes consécutives et cherche un ordre optimal. C'est à dire que l'on teste les 120 ordres possibles sur 5 éponymes consécutifs et l'on conserve le meilleur des ordres obtenus, qui peut être celui de départ. L'efficacité de cette procédure est liée au fait que l'on sait engendrer tous ces ordres (le *groupe symétrique d'ordre 5*) par une suite optimale de transpositions de deux éléments (Nijenhuis et Wilf, 1975).
— La seconde, dite *3-opt* dans la littérature, teste pour tout triplet d'éponymes non nécessairement consécutifs, les 6 ordres possibles, sans changer leurs rangs. Ceci revient à tester toutes les permutations sur tout groupe de 3 éponymes. Comme l'ordre de départ est déjà très optimisé, il y a peu de chance que des échanges entre éponymes très éloignés apportent une amélioration quelconque. Pour accélérer la procédure, nous ne considérons que les triplets pris dans des intervalles de 15 éponymes consécutifs.

Ces dernières procédures et l'application de notre méthode de *scrambling* nous ont donné un ordre dont la valeur est $NbZ = 1159$. Le voici, présenté période par période, dans l'ordre chronologique inverse, du plus récent au plus ancien. Quand les archéologues ont précisé les dates d'exercice, celles-ci sont indiquées entre parenthèses.

6.1 Période VII/VI

NIKOTIMOS VII, HIPPIAS VI, DIONYSOS VII, THEUGENES VI, TIMOSTHENES VI/VII, ZENODOTOS VI/VII, HERAKLEITOS VI, AUTOKRATES2 VI, MENOPHILOS VI, PTOLEMAIOS VI/-VII, KLEUDIKOS VI/VII, SOKRATES VI , ARISTOBOULOS VI, PASIPHON VI, KALLIANAX VI, ANAXAGORAS VI/VII, ARISTOMENES VI/VII, ARISTONYMOS VII, ARCHEMBROTOS2 VI, ARISTOMACHOS2 VI, KALLIXEINOS VI, NIKOMACHOS VI, APOLLONIOS VI/VII, HIEROKLES VII, ANTILOCHOS2 VI, MNASEAS VII, IASON VI, CHRYSAON/CHRYSAOR VI, ECHEBOULOS VI, PHAINILAS VI, TIMOKLES2 VI, ATHANAGORAS VI/VII, DAMATRIOS VI/VII, DAMOKRATES2 VI, ARISTONOMOS VI.

On commence bien par un éponyme de période VII pour terminer par des magistrats référencés en période VI, mais on peut s'étonner de la présence de HIPPIAS VI et de THEUGENES VI en début de classement, de HIEROKLES VII et MNASEAS VII au milieu, ainsi que de ATHANAGORAS VI/VII et DAMATRIOS VI/VII vers la fin de période. De plus, ANTIPATROS VI est classé au début de la période V.

6.2 Période V

NAUSIPPOS Vc(113), AGORANAX Vc(108), ANTIPATROS VI, ARISTEIDAS3 Vc(111), ARISTANAX2 Vc(112), DAMON Vc(110), AISCHINAS Vc(116), ARISTOMBROTIDAS Vc(117), EUANOR Vc(119), ARCHINOS Vc(120), ARISTOPOLIS Vc(118), ARCHIBIOS Vc(115), HESTIEIOS Vc(114), ARATOPHANES2 Vc(109) ;

HIERON2 Vb(121), TIMAGORAS1 Vb(124-122), TEISAMENOS Vb(124-122), KLENOSTRATOS Vb(126), ARISTRATOS Vb(124-122), KALLIKRATES3 Vb(130), ARISTOGENES Vb(129), LEONTIDAS Vb(127), POLYARATOS2 Vb(125), ARISTAKOS Va(137-135), TIMOTHEOS Vb(128), NIKASAGORAS2 Vb(131), ANDRONIKOS Vb(132) ;

ARCHEMBROTOS1 Va(134-133), ANDRIAS Va(137-135), LAPHEIDES Va(140-138), THERSANDROS Va(137-135), ASTYMEDES2 Va(144), ANAXIBOULOS Va(140-138), TIMODIKOS Va(145), ANAXANDROS Va(143-142), TEISAGORAS Va(142-141), ALEXIADAS Va(140-138),

Pour cette période, le découpage en sous-périodes est parfaitement respecté, sauf pour ARISTAKOS Va placé avec les Vb. Mais ARISTOGEITOS Va, se retrouve au onzième rang de la période IV.

6.3 Période IV

PYTHOGENES IVb(150-147), AUTOKRATES1 IVb(146), ALEXIMACHOS IVb(150-147), XENOPHANTOS2 IVb(151), GORGON IVb(154-153), PAUSANIAS3 IVb(152), DAMAINETOS IVa(159-158), TIMOURRODOS IVa(159-158), EUDAMOS IVb(151-147), PYTHODOROS IVb(150-147), ARISTOGEITOS Va(140-138) ;
HERAGORAS IVa/b(157-155), SOSIKLES IVa/b(157-155), ARISTOMACHOS1 IVa(157-155), PEISISTRATOS IVa(160), AGESTRATOS2 IVa(161), ARATOPHANES1 IVa(169-167), XENOPHON IVa(164-162), ARCHILAIDAS IVa(165-163), ARISTODAMOS2 IVa(166-164), NIKASAGORAS1 IVa(172-170), ARISTEIDAS2 IVa(168-166), ATHANODOTOS IVa(170-168), KLEUKRATES1 IVa(174-172), SYMMACHOS IVa(173-171). ARISTON2 IVa(167-165),

Ici aussi, une parfaite succession des sous-périodes IVa et IVb. Il ne manque que THEAIDETOS IVa que l'on retrouve avec les éponymes de période III.

6.4 Période III

AINETOR IIIe(178-176), AINESIDAMOS2 IIIe(179-178), KLEONYMOS2 IIId(182), PHILODAMOS2 IIId(183), AGEMACHOS IIIe(181-174), ARCHIDAMOS IIIe(180-178), KALLIKRATES2 IIIe(177-175), DAMOKLES2 IIIe/IVa(176-174), THEAIDETOS IVa(171-169), KALLIKRATIDAS2 IIIe/IVa(175-173), ARCHOKRATES2 IIId(185), TIMASAGORAS IIIb(184), HIERON1 IIId(186), PRATOPHANES IIIc(188), KRATIDAS IIId(187), XENOPHANES IIIc(189), THESTOR IIIc(192), DAMOTHEMIS IIIc(191), IASIKRATES IIIc(190), SODAMOS IIIb(195), KLEITOMACHOS IIIc(193), THARSIPOLIS IIIb(196), SOSTRATOS IIIb(194), AGLOUMBROTOS IIIb(197), DORKYLIDAS IIIb(198), EUKRATIDAS IIIa/b(203-199), KLEARCHOS IIIa/b(203-199), THEUDOROS2 IIIa/b(203-199), THEUPHANES2 IIIa/b(203-199), PAUSANIAS2 IIIa/b(203-199).

La succession des sous-périodes est bonne, excepté TIMASAGORAS IIIb, placé au milieu des IIId. On notera l'absence de ASTYMEDES1 IIIa placé en période II.

6.5 Période II

ARCHOKRATES1 IIb(209-205), HARMOSILAS IIb/IIIa(209-205), CHARMOKLES IIb(219-211), MYTION IIb/IIIa(209-205), EUPHRANOR IIb/IIIa(209-205), ASTYMEDES1 IIIa(204), ARISTONIDAS IIb/IIIa(209-205), XENOPHANTOS1 IIb(210), XENOSTRATOS IIb(219-211), THRASYDAMOS IIb(219-211), AISCHYLINOS IIb(219-211), PHILONIDAS IIb(219-211), POLYKRATES IIb(219-211), ONASANDROS IIb(219-211), SIMYLINOS IIb(219-211) ;
PHYLES IIa(233-220), HAGESIPPOS IIa/b(233-220), TIMOKLEIDAS IIa/b(233-220), XENARETOS IIa(233-220), KALLIKRATIDAS1 IIa(233-220), AGLOKRITOS IIb(219-211), PAUSANIAS1 IIa/b(233-220), PHILONDAS IIa(233-220), KALLIKRATES1 IIb(219-211), ARISTEIDAS1 IIa/b(233-220), PHILOKRATES IIa(233-220), NIKON IIa(233-220), ARISTEUS IIa(233-220), EUKLES2 IIa(233-220), ARETAKLES IIa(235), DAEMON IIa(233-220), EXAKESTOS IIa(234), SOCHARES IIb(219-211).

La encore, bonne subdivision de la période à l'exception de AGLOKRITOS, KALLIKRATES et SOCHARES, des IIb placé avec les IIa.

6.6 Période I

THEUDOROS1 Ic/IIa(244-236), DAMOKRATES1 Ic(244-236), HIPPOKLES Ic(262-247), TIMARCHOS Ic(262-247), POLYKLES Ic(262-247), AGESTRATOS1 Ic(262-247), AINESIDAMOS1 Ic(245), POLYCHARMOS Ic/IIa(244-236), LYKAON Ic(246), EUPHRANORIDAS Ic/IIa(244-236), TIMOKLES1 Ic/IIa(244-236), PEITHIADAS Ic/IIa((244-236), HAGESIS Ic/IIa(244-236), PHILINOS Ic/IIa(244-236), STHENELAS Ic/IIa(244-236), TIMASITHEOS Ic(262-247), HIPPOSTRATOS Ic(262-247), HAGEMON Ic(262-247), ARISTANAX1 Ic(262-247), BOULAKRINES Ic(262-247), PHILODAMOS1 Ic(262-247), TIMOSTRATOS Ic(262-247), ARISTARCHOS Ic(262-247), ISODOTOS Ic(262-247), PHRASILAS Ic(262-247), KLEONYMOS1 Ic(263), LYSANDROS Ic(262-247), EPICHARMOS Ic(262-247), ARISTION Ic(264), AGRIOS Ic(265), ANTILEON Ic(267), POLYARATOS1 Ib/c(270-268), CHRYSOSTRATOS Ic(266), BOULAGORAS Ib/c(270-268) ;
ATHANO(1 Ia/b, PHOKION Ib/c(270-268), EUKLES1 Ia/b, TIMAR(Ia/b, MENTAIOS Ia/b, SOSIDAMOS Ia/b, POLYEUKTOS Ia/b, DIOPEITHES Ia/b, DAMOSTHENES Ia/b, APATOURIOS Ia/b.

Presque tous les éponymes sont de période Ic, bien séparés des Ia/b. On notera qu'une dizaine d'éponymes n'ont qu'un seul fabricant, F245, si bien que de HAGEMON à ISODOTOS, on ne peut rien dire de leur succession.

VII CONCLUSIONS

Cet ordre respecte presque parfaitement les périodes, puisque nous n'avons trouvé que 5 éponymes classés dans une période voisine, mais autre que celle qui leur a été attribuée. Tous nos essais pour les rapprocher de leur groupe se sont soldés par des valeurs supérieures du critère. De même, on remonte presque régulièrement dans le temps, puisque les dates sont négatives. Les paquets de dates groupées comme (203-199), (219-211), (233-220), (244-236) ou (262-247) sont bien consécutifs.

Postérieurement, j'ai pu comparer ce classement à celui présenté par Thibaut Castelli (2017) qui ne porte que sur les périodes II et III durant 45 ans. Il s'attache à attribuer chaque année à un éponyme, ce que nous ne pouvons faire à cause des magistrats éliminés faute de correspondances. Mais tous les noms ou presque sont communs et les ordres très proches comme en témoigne la suite des années selon lui, rangées dans l'ordre calculé pour la période III : 182, 175, 187, 186, 188, 169, 177, 173, 174, 178, 189, 185, 181, 183, 180, 184, 192, 195, 190, 191, 194, 196, 193, 197, 204, 202, 200, 199, 207. Il y a quand même des écarts importants, comme ARCHIDAMOS IIIe qu'il place en -169. [2]

Les différences entre chronologie ou antériorité par rapport aux dates souvent hypothétiques peuvent s'expliquer par le grand nombre d'éponymes consécutifs qui sont interchangeables, sans modifier la valeur de NbZ. Ce sont évidemment ceux qui ont mêmes listes de fabricants, mais aussi des éponymes qui échangent des 0 en nombre équivalent. Ces paires consécutives sont particulièrement nombreuses en période VI (22) et I (25) à cause du petit nombre de fabricants qui leur correspondent. Elles vont de 4 à 10 pour les périodes intermédiaires, confirmant le grand nombre d'ordres ex-aequo. Ainsi, elles écartent presque tout espoir d'établir un ordre chronologique parfait.

2. Deux références m'ont été signalées par un des rapporteurs que je remercie vivement. Mais je n'ai pu accéder qu'à la table des matières de la thèse de Gérald Finkielsztejn (2001), et Christian Habicht (2003) classe les éponymes en fonction de la certitude des données épigraphiques et affine leurs dates d'exercice par rapport au précédent ; il n'utilise nullement les correspondances avec les timbres de fabricants.

Références

Cankardeş-Şenol G. (2017). *Lexicon of Eponym Dies on Rhodian Amphora Stamps*. Études alexandrines. Éditions de Boccard / Centre d'études alexandrines.

Castelli T. (2017). La chronologie de éponymes rhodiens de la fin du IIIème siecle et du premier tiers du IIème siècle. Nouvelles hypothèses. *Revue des études anciennes 119*(1), 3–24.

Doran J. E. (1971). Computer analysis of data from the La Tène cemetery at Müsingen-Rain. In F. R. Hodson, D. G. Kendall, et P. Tautu (Eds.), *Anglo-Romanian Conference on Mathematics in the Archaeological and Historical Sciences*, pp. 422–431. Edinburgh University Press.

Finkielsztejn G. (2001). *Chronologie détaillée et révisée des éponymes amphoriques rhodiens de 270 à 108 av. J.-C. environ*, Volume 990 of *BAR international series*. Archaeopress.

Gelfand A. E. (1971). Seriation methods for archaeological materials. *American Antiquity 36*(3), 263–274. doi:10.2307/277714.

Goldmann K. (1973). Zwei Methoden chronologischer Gruppierung. *Acta Praehistorica et Archeologica 3*, 1–34.

Grace V. R. (1953). The Eponyms Named on Rhodian Amphora Stamps. *Hesperia 22*(2), 116–128. doi:10.2307/146986.

Grace V. R. (1985). The Middle Stoa Dated by Amphora Stamps. *Hesperia 54*(1), 1–54. doi:10.2307/147764.

Habicht C. (2003). Rhodian amphora stamps and Rhodian eponyms. *Revue des études anciennes 105*(2), 541–578. doi:10.3406/rea.2003.5672.

Him P., van Groenewould H. (1984). Correspondence Analysis and Gaussian Ordination. In J. M. Chambers, J. Gordesch, A. Klas, L. Lebart, et P. P. Sint (Eds.), *Compstat Lectures - Lectures in Computational Statistics*, pp. 5–60. Physica Verlag.

Laporte G. (1987). Solving a family of permutation problems on 0-1 matrices. *RAIRO Recherche Opérationnelle / Operation Research 21*(1), 65–85. doi:10.1051/ro/1987210100651.

Lascaux P., Théodor R. (1993). *Analyse numérique appliquée à l'art de l'ingénieur*. Masson.

Lin S. (1965). Computer Solution of the Travelling Salesman Problem. *Bell System Technical Journal 44*(10), 2245–2269. doi:10.1002/j.1538-7305.1965.tb04146.x.

Nijenhuis A., Wilf H. S. (1975). *Combinatorial algorithms*. Academic Press.